

1.9. Puissance et énergie

1.9.1. Puissance des signaux sinusoïdaux

Nous avons vu qu'en courant continu, la puissance était donnée par la relation $P = U I$, avec ses autres formes qui sont $P = I^2 R$ et $P = U^2 / R$.

puissance en continu $P = U I = I^2 R = U^2 / R$

Mais en courant alternatif, et lorsque la charge est une résistance pure⁷⁵

puissance en alternatif $P = U_{\text{eff}} \times I_{\text{eff}} = I_{\text{eff}}^2 \times R = U_{\text{eff}}^2 / R$

U_{eff} et I_{eff} sont les valeurs efficaces de la tension et du courant, se sont les valeurs qui, s'ils étaient en régime du courant continu produiraient la même puissance tensions et les courants

Par rapport aux valeurs maximales, on a

$U_{\text{eff}} = U / \sqrt{2}$	$I_{\text{eff}} = I / \sqrt{2}$
---------------------------------	---------------------------------

Il faut aussi retenir que

$\sqrt{2} = 1,4142$	ou	$1 / \sqrt{2} = 0,707$
---------------------	----	------------------------

donc

$U_{\text{eff}} = U \times 0,707$	$I_{\text{eff}} = I \times 0,707$
-----------------------------------	-----------------------------------

Lorsque la charge n'est pas une résistance pure, nous avons la relation

puissance en alternatif $P = U_{\text{eff}} \times I_{\text{eff}} \times \cos \varphi$

ou φ est l'angle de déphasage entre le courant et la tension⁷⁶.

⁷⁵ Démonstration : la valeur instantanée de la puissance vaut $p = u \cdot i$ avec $u = U \sin \omega t$ et $i = I \sin \omega t$

d'où $p = U I \sin^2 \omega t$ mais comme $\sin^2 \omega t = (1 - \cos 2\omega t) / 2$ donc $p = \frac{U I}{2} (1 - \cos 2\omega t)$ $p = \frac{U I}{\sqrt{2} \sqrt{2}} (1 - \cos 2\omega t) = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} (1 - \cos 2\omega t)$

⁷⁶ Nous aurons l'occasion de revenir sur ce déphasage dans l'étude des circuits (Chapitre 3.)

1.9.3. Les décibels

1.9.3.1. Introduction

Lorsque les valeurs à manipuler sont dans une échelle qui va de 1 à 1000000000, il n'est pas facile de lire et de manipuler ces nombres. Les décibels offrent une façon élégante de reproduire une telle échelle et on les utilise très fréquemment pour définir les facteurs d'amplification.

Pour rappel : Les logarithmes:

Si $N = 10^x$ alors on dit, que par définition, le logarithme de N vaut x ou $\log(N) = x$, le nombre 10 est appelé la base. Si la base est 10, on parle de logarithmes décimaux.

Pour calculer le nombre de décibel, il faudra utiliser la touche log sur votre calculette.

Toutefois la base peut être un autre nombre, si la base est e ($e=2,71828$) on parle de logarithme naturel ou Népériens, ces logarithmes sont représenté par \ln .

D'autres part avec les logarithmes, les produits deviennent des additions, les divisions deviennent des soustractions, voilà de quoi simplifier les calculs !

1.9.3.2. Amplification et gain en puissance

Pour définir le gain, en décibel, d'un amplificateur dont on connaît la puissance de sortie (P_{sortie}) et la puissance d'entrée ($P_{\text{entrée}}$), on utilise la relation

dB

$$G_{\text{dB}} = 10 \log \frac{P_{\text{sortie}}}{P_{\text{entrée}}}$$

Un amplificateur qui fournit une puissance de sortie de 100 Watts à partir d'une puissance d'entrée de 1 Watt aura un gain en décibels de

$$G_{\text{dB}} = 10 \log \frac{P_{\text{sortie}}}{P_{\text{entrée}}} = 10 \log \frac{100}{1} = 10 \log 100 = 10 \times 2 = 20 \text{ dB}$$

Bien sûr on peu prendre sa calculette pour faire les conversions, mais un certain nombre de valeurs sont remarquables, par exemple

un amplificateur qui a un gain de	10 (en puissance) à donc un gain de	10 dB
	100	20 dB
	1000	30 dB
	10000	40 dB
	100000	50 dB
etc ...		
et un atténuateur qui atténue de	1/10 (en puissance) à donc un gain de	-10 dB
	1/100	-20 dB
	1/1000	-30 dB
	1/10000	-40 dB
	1/100000	-50 dB
etc ...		

Pour les valeurs multiples ou sous-multiples de 10 on voit que le passage vers les dB est assez simple, ceci est dû au fait que le $\log 10 = 1$, $\log 100 = 2$, $\log 1000 = 3$ etc ...

On constate aussi que lorsque le gain est inférieur à 1 (c-à-d lorsqu'on atténue), le nombre de dB devient négatif. A fortiori 0 dB représente un gain unitaire, car $\log 1 = 0$!

Encore plus simplement dit ...⁷⁷

Une autre valeur remarquable est la valeur 3 dB : un amplificateur qui possède un gain de 3 dB est un ampli qui fournit 2 x plus de puissance à la sortie qu'à l'entrée. Souvenez-vous de cette valeur particulière $\log 2 = 0,30102$ ou simplement $\log 2 \approx 0,3$ Inversement un circuit qui atténue de 3 dB est un circuit dont la puissance de sortie est 2 x plus faible à la sortie qu'à l'entrée.

Un amplificateur qui possède un gain de 6 dB est un ampli qui fournit 4 x plus de puissance à la sortie qu'à l'entrée. Remarquez que $6 \text{ dB} = 3 \text{ dB} + 3 \text{ dB}$ et cela équivaut à 2×2 . De la même façon un circuit qui atténue de 6 dB est un circuit dont la puissance de sortie est 4 x plus faible à la sortie qu'à l'entrée.

Un amplificateur qui possède un gain de 7 dB est un ampli qui fournit 10 dB suivit d'un atténuateur de 3 dB donc $\times 10$ et $:3$ soit un gain de 5 x !

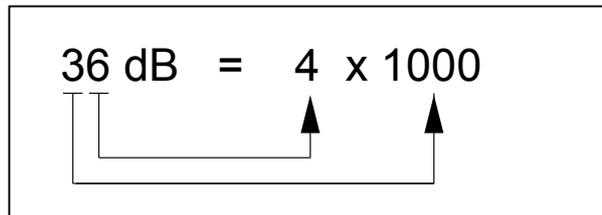
Un amplificateur qui possède un gain de 4 dB est un ampli qui fournit 10 dB suivit d'un atténuateur de 6 dB donc $\times 10$ et $:4$ soit un gain de 2,5 x !

Il est très facile de retrouver (presque) toutes les valeurs à partir de 10 dB et de 3 dB :

6 dB	3 dB + 3 dB	2 x 2	4 x
9 dB	3 dB + 3 dB + 3 dB	2 x 2 x 2	8 x
7 dB	10 dB – 3 dB	10 : 2	5 x
4 dB	10 dB – 6 dB	10 : 4	2,5 x
8 dB	4 dB + 4 dB	2,5 x 2,5	6,25 x
1 dB	10 dB – 9 dB	10 : 8	1,25 x

Une autre façon de voir les choses :

- on prend le nombre de dizaines de dB et on en déduit l'exposant (c-à-d le nombre de zéro)
 - on traduit le nombre d'unités (de dB) en valeur comme indiqué ci-dessus
- donc par exemple :



Pour certains cas typiques la conversion du gain en puissance en dB est donc relativement simple, il ne faut pas de machine à calculer. Par exemple si on vous disait qu'un câble coaxial perd 11,76 dB vous en concluriez

- qu'on pourrait d'abord arrondir 11,76 dB à 12 dB
- que 12 dB c'est entre 10 et 20 dB donc ce sera entre 10 et 100 en puissance,
- que si c'était 13 dB cela ferait 10 dB + 3 dB c-à-d 10×2 soit 20 x en puissance
- et comme c'est légèrement inférieur à 13 dB, cela fera environ 15 ou 16 x

Ça ce sont les dB vu sous leur aspect déductifs!

Si vous voulez vraiment savoir combien font 11,76 dB, il vous faudra une machine à calculer :

- diviser le nombre de décibel par 10 pour obtenir le nombre de Bel : $11,76 / 10 = 1,176$
- puis élever 10 à cette valeur soit $10^{1,176} = 14,996$ x .

⁷⁷ Encore plus simplement

c'est un 1 suivit de 4 zéro
soit 1 0000 c.-à-d. 10.000

Le décibel est également employé pour définir la valeur absolue d'une puissance. Pour ce faire la puissance d'entrée dans la formule ci-dessus est remplacée par une puissance de référence. On fait alors suivre l'appellation dB par une ou plusieurs lettres ou symboles. La puissance de référence peut être le milliwatt ou le watt.

par définition ⁷⁸	0 dBm = 1 mW	0 dBW = 1 W
	donc:	donc:
	10 dBm = 10 mW	10 dBW = 10 W
	20 dBm = 100 mW	20 dBW = 100 W
	30 dBm = 1000 mW = 1 W	30 dBW = 1000 W = 1 kW
	...	
	-10 dBm = 0,1 mW	-10 dBW = 0,1 W
	-20 dBm = 0,01 mW	-20 dBW = 0,01 W
	-30 dBm = 0,001 mW = 1 nW	-30 dBW = 0,001 W = 1 mW

1.9.3.3. Organes en cascade

Si on met plusieurs amplificateurs en cascade, l'amplification totale est égal à

$$A = A1 \times A2 \times A3 \times \dots \times An$$

et par conséquent

$$10 \log A = 10 \log A1 + 10 \log A2 + 10 \log A3 + \dots + 10 \log An$$

et donc

$$G = G1 + G2 + G3 + \dots + Gn$$

il suffit d'additionner les gains donnés en dB. Par extension si nous avons un élément qui introduit une atténuation, il suffira de retrancher la valeur exprimée en dB.

Supposons qu'on connaisse la puissance en un point déterminé, qu'ensuite nous avons un ampli avec un gain de G1 dB, puis un câble coaxial qui perd A1 dB, ensuite un autre ampli avec un gain de G2 dB, puis un câble qui perd A2 dB, et enfin une perte due à un dernier morceau de câble coaxial de A3 dB, et qu'on demande de calculer la puissance à la sortie du système, il suffira de faire la somme des dB, en tenant compte qu'un gain est représenté par un nombre positif de dB, tandis qu'une perte est représentée par un nombre négatif de dB

gain du premier ampli	+ G1
atténuation du premier câble	- A1
gain dans le 2ème ampli	+ G2
atténuation dans le deuxième câble	- A2
atténuation du troisième câble coaxial	- A3
<u>TOTAL</u>	<u>T</u>

En espérant que le total soit un nombre positif (donc que le système ait un gain), il suffira de convertir T en nombre de fois et de multiplier par la puissance à l'entrée du système pour connaître la puissance de sort

⁷⁸ En fait il ne faut retenir que ces 2 définitions

1.9.3.4. Amplification et gain en tension et en courant

Les décibels sont avant tout destinés à la comparaison de puissances, mais dans certains cas l'appareil de mesure indique une tension ou un courant. On peut encore utiliser la notion de décibel en comparant les tensions ou les courants

$G_{dB} = 20 \log U_{sortie} / U_{entrée}$	ou	$G_{dB} = 20 \log I_{sortie} / I_{entrée}$
--	----	--

Comment démontrer cela ?

$$G_{dB} = 10 \log \frac{P_{sortie}}{P_{entrée}} = 10 \log \frac{U_{sortie}^2 / R}{U_{entrée}^2 / R} = 10 \left(\log \frac{U_{sortie}}{U_{entrée}} \right) \times 2 \quad \text{càd} \quad 20 \log \frac{U_{sortie}}{U_{entrée}}$$

Le décibel est également employé pour définir la valeur absolue d'une tension. Pour ce faire la tension d'entrée dans la formule ci-dessus est remplacée par une tension de référence. Ainsi, pour les tensions d'entrées aux bornes d'un récepteur on utilise le μV comme référence. On parle alors de $dB\mu V$.

par définition ⁷⁹ :	$0 \text{ dB}\mu V = 1 \mu V$
--------------------------------	-------------------------------

- donc:
- $20 \text{ dB}\mu V = 10 \mu V$ ← c'est évident puisque c'est $20 \log !$
 - $40 \text{ dB}\mu V = 100 \mu V$
 - $60 \text{ dB}\mu V = 1000 \mu V = 1 \text{ mV}$
 - $120 \text{ dB}\mu V = 1000000 \mu V = 1 \text{ V}$
 - ...
 - $-20 \text{ dB}\mu V = 0,1 \mu V$
 - $-40 \text{ dB}\mu V = 0,01 \mu V$

1.9.3.5. Tableau de conversion dB rapport de puissance ou de tension

	en puissance	en tension ou en courant
0 dB	x 1	x 1
1 dB	x 1,3	x 1,15
2 dB	x 1,6	x 1,3
3 dB	x 2	x 1,41
4 dB	x 2,5	x 1,65
5 dB	x 3	x 1,8
6 dB	x 4	x 2
7 dB	x 5	x 2,3
8 dB	x 6	x 2,6
9 dB	x 8	x 2,85
10 dB	x 10	x 3,16
20 dB	x 100	x 10
30 dB	x 1000	x 31,6

Il est important de connaître par cœur les valeurs pour 0, 3, 6, 10 et 20 dB dans le sens + (amplification) et dans le sens – (atténuation).

⁷⁹ C'est encore une définition à retenir par cœur !