L'effet Doppler

Application aux satellites polaires

Deux physiciens, l'un autrichien l'autre français, ont découvert ce phénomène affectant les vibrations ou rayonnements électromagnétiques d'une source en mouvement relatif par rapport à un observateur fixe.

Christian DOPPLER, physicien autrichien né à Salzbourg en 1803 et mort à Venise en 1853, découvrit en 1842 que la fréquence des vibrations ou des rayonnements électromagnétiques perçues par un observateur se modifie lorsque celui-ci et la source sont en mouvement relatif. Cet effet de déplacement des fréquences d'une source de vibrations en mouvement fut aussi découvert quelques années plus tard, et indépendamment de Doppler, par le physicien français Armand Fizeau. On parlera de l'effet Doppler ou effet Doppler-Fizeau.

Ces phénomènes physiques de décalage en fréquence sont abondamment employés aujourd'hui dans divers domaines. Citons l'exemple très connu d'un train et d'un avertisseur sonore qui se déplacent par rapport à un observateur fixe situé à l'extérieur. L'observateur perçoit au cours du déplacement une variation de la fréquence sonore lorsque le train est au plus près de l'observateur ou lorsqu'il s'en éloigne. Cet exemple illustre parfaitement l'application de l'effet Doppler d'une onde sonore par rapport à un objet en mouvement. Mais le champ d'application ne s'arrête pas là : Le radar de contrôle de la vitesse des automobiles sur la route, qui mesure la vitesse de déplacement du véhicule par rapport à un point fixe, le radar de localisation d'un point mobile dans un espace aérien contrôlé, le sonar etc... et plus généralement la mesure d'une grandeur physique (lumière, son, onde électromagnétique) d'un point qui se déplace par rapport à un autre.

Une autre application intéressante est celle du décalage spectral. En effet, pour mesurer l'expansion de l'Univers, on utilise les lois de propagation du rayonnement électromagnétique qui énoncent qu'un rayonnement (lumière visible ou ondes radio) est reçu avec une fréquence différente de sa fréquence d'émission si la source – une galaxie par exemple - est en mouvement. Les lois de l'effet Doppler énoncent que le décalage spectral est lié à la vitesse de déplacement de cette galaxie.

Ce phénomène est regardé comme la preuve que l'Univers est en expansion, donc qu'il se dilate, entraînant les galaxies dans son mouvement. Cette conclusion s'appuie sur le décalage spectral systématique vers le rouge des galaxies (excepté les plus proches) et sur la relation de proportionnalité entre ce décalage, interprété comme un effet Doppler-Fizeau, et la distance des galaxies considérées.

Toutes ces techniques de mesure que l'on emploie aujourd'hui font appel à cette propriété physique très intéressante qui, je l'espère, sera un peu mieux connue des fidèles lecteurs de MEGAHERTZ lorsqu'ils auront lu cet article...

Figure 1 : Effet Doppler-Fizeau.

Formule générale de Doppler-Fizeau

Considérons deux points mobiles B et P (figure 1) en mouvement l'un par rapport à l'autre. Chacun de ces deux mobiles est animé d'une vitesse relative, $\vec{V_b}$ et $\vec{V_p}$ ayant une direction quelconque dans l'espace. Les angles θP et θB sont ceux formés entre la droite (D) qui relie les points P et B et la direction des vitesses VP et VB.

Dans cette figure, le point P émet une onde de fréquence Fo et le point B reçoit une onde de fréquence F_0+F_1. La différence de fréquence entre l'émetteur et le récepteur (F1) est alors proportionnelle à la vitesse relative de ces deux mobiles et à la fréquence d'émission.

Ce décalage en fréquence F1 peut s'écrire de la façon suivante :

$$F_1 = -\frac{\dot{D}}{c} \times F_0 = -\left(\vec{V}_B.\vec{u} - \vec{V}_P.\vec{u}\right) \times \frac{F_0}{c} = \left(V_P \times \cos\theta_P - V_B \times \cos\theta_B\right) \times \frac{F_0}{c} \quad (1)$$

c = célérité de la vitesse de la lumière.

$\vec{u}$ = vecteur normé selon l'axe PB.

La formule précédente est valable si les deux mobiles sont en mouvement. Dans l'hypothèse que le point B est fixe, la relation (1) devient :

$$F_1 = \frac{F_0}{c} \times V_P \times \cos\theta_P \quad (2)$$

Autre type de formule : Le décalage spectral

L'observation permet de mesurer la vitesse d'un objet (satellite ou galaxie) par rapport à nous, ou du moins la composante radiale de cette vitesse, c'est-à-dire d'éloignement (éventuellement de rapprochement) dans la direction joignant l'observateur à cet objet en mouvement.

La quantité fondamentale est le décalage spectral défini comme :

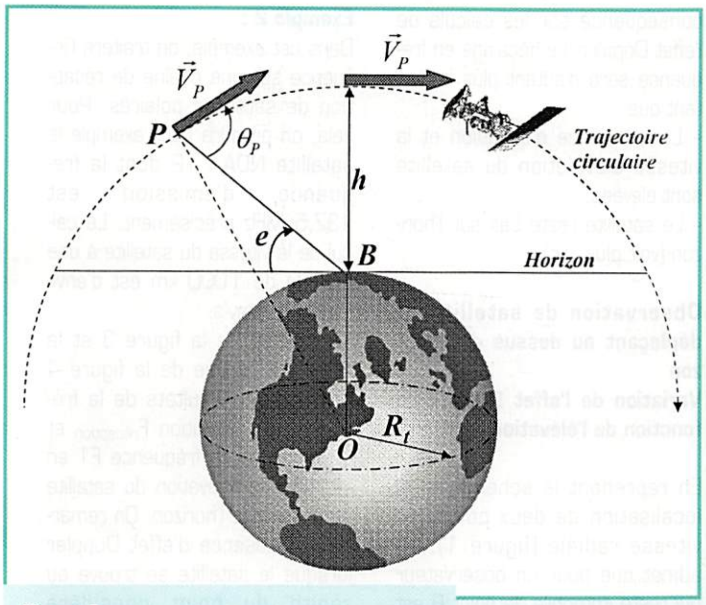

Figure 2.

$$z = \frac{F_{émission}}{F_{réception}} - 1 \quad (3)$$

Les lois de l'effet Doppler énoncent que ce décalage est lié à la vitesse radiale V selon la formule :

$$1 + z = \sqrt{\frac{1 + \frac{V}{c}}{1 - \frac{V}{c}}} \quad (4)$$

qui se réduit à $z = \frac{V}{c}$ pour des vitesses faibles devant c (vitesse de la lumière), ce qui se justifie par un développement limité d'ordre 2. En particulier le signe de z indique si l'objet s'éloigne ou se rapproche de l'observateur.

Application aux satellites polaires

L'effet Doppler peut aussi être appliqué, et c'est ce qui nous occupe ici, à la réception ou à l'émission d'ondes électromagnétiques en provenance ou en direction des satellites artificiels (satellites météo pour la réception d'images, satellites amateurs pour la transmission et réception en packet radio...).

Rappelons quelques éléments d'orbitographie des satellites polaires. Nous ne rentrerons pas dans les détails puisque certains points ont été développés dans l'article de MEGAHERTZ (N° 176) "Les données orbitales des satellites". Cependant, il est nécessaire de se remémorer quelques formules de mécanique spatiale.

La formule mathématique qui caractérise cet effet fait appel à une vitesse de déplacement par rapport à deux mobiles dont l'un est supposé fixe (l'observateur). Dans le cas présent, il s'agit de satellites évoluant sur une orbite basse de quelques milliers de kilomètres d'altitude, il faut donc calculer leur vitesse de révolution autour de la terre.

En étudiant les éléments fournis par la NASA, l'excentricité de certains satellites polaires est très proche de zéro. Nous utiliserons donc l'hypothèse que le satellite se déplace sur une orbite circulaire, ce qui n'est pas tout à fait vrai dans la réalité. Cette hypothèse est posée dans le but de se libérer de certaines contraintes sur les calculs en vitesse. Il est en effet nécessaire de connaître un ordre de grandeur de la vitesse.

Pour les plus courageux, voici les formules qui caractérisent la vitesse de déplacement d'un satellite sur les différentes orbites :

• Trajectoire circulaire :

$$\begin{cases} V = \sqrt{\frac{\mu}{r}} \\ r = R + h \end{cases} \quad (5)$$

• Trajectoire elliptique :

$$\begin{cases} V = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)} \\ r = R + h \end{cases}$$

• Trajectoire parabolique :

$$\begin{cases} V = \sqrt{\frac{2\mu}{r}} \\ r = R + h \end{cases}$$

Avec

- V vitesse du satellite sur la trajectoire
- μ masse réduite
- a demi grand axe
- R rayon terrestre
- h altitude du satellite
- r r = h + R

On s'intéressera dans le cas présent aux trajectoires circulaires, mais le calcul reste identique pour une orbite elliptique : Il faut en effet connaître le demi grand axe ou bien les altitudes au périgée et à l'apogée de cette même orbite.

Remarques :

$$\begin{cases} G = 6{,}672 \times 10^{-11} m^3 s^{-2} kg^{-1} \quad \text{(constante de gravitation)} \\ M_t = 5{,}977 \times 10^{24} kg \quad \text{(masse de la terre)} \\ \mu = G \times M_t = 3{,}986 \times 10^{14} m^3 s^{-2} = 398600 km^3 s^{-2} \\ R_t = 6378 km \end{cases}$$

et la période de révolution d'un satellite sur une orbite circulaire est :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{\mu}}$$

(attention : si r est en km, $\mu = 398600\ km^3/s^2$; le résultat est en secondes)

Première approximation

Une première approximation du décalage en fréquence de la réception d'un satellite peut être calculé de la façon suivante :

En combinant les formules (3) et (4), on obtient

$$\frac{F_{émission}}{F_{réception}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{V}{c}}{1 - \frac{V}{c}}}$$

qui peut être grandement simplifiée si la vitesse de déplacement est très petite devant c (les satellites ne se déplacent pas encore à des vitesses avoisinant les 300 000 km/s!).

V = 7,3 km/s | $F_{émission}$ = 137,5 MHZ | Alt = 1000 km

Elévation (°)	θ_P (°)	$F_{décalage}$ (kHz)	$F_{réception}$ (MHz)
0	30,18	2,91	137,5029
5	30,55	2,90	137,5029
10	31,64	2,87	137,5029
15	33,38	2,81	137,5028
20	35,68	2,74	137,5027
25	38,42	2,64	137,5026
30	41,53	2,52	137,5025
35	44,92	2,39	137,5024
40	48,53	2,23	137,5022
45	52,32	2,06	137,5021
50	56,24	1,87	137,5019
55	60,28	1,67	137,5017
60	64,39	1,46	137,5015
65	68,57	1,23	137,5012
70	72,80	1,00	137,5010
75	77,07	0,75	137,5008
80	81,37	0,51	137,5005
85	85,68	0,25	137,5003
90	90	0	137,5

Figure 3 : Effet Doppler. Satellite mété NOAA 12.

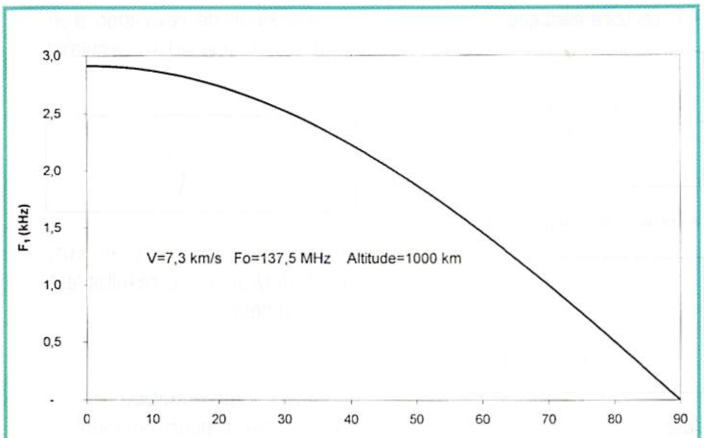

Figure 4 : Effet Doppler. Satellite NOAA.

On obtient donc par approximation :

$$\frac{F_{émission}}{F_{réception}} \approx \sqrt{1+\frac{V}{c}} \qquad (6)$$

Exemple 1 :

Prenons l'exemple de la station MIR qui évolue sur une orbite circulaire à une altitude de 1 000 km environ au dessus de nos têtes *(NDLR : en fait, 400 km)*. Sa fréquence d'émission "packet" est calée sur 145,8 MHz précisément. Quel sera la fréquence exacte à afficher sur un récepteur immobile sur Terre en tenant compte de l'effet Doppler ? La première étape consiste à calculer la vitesse d'évolution de la station MIR sur son orbite (la même méthode peut être utilisée en employant la véritable formule sur une trajectoire elliptique). Pour cela, on utilise la formule (5), ce qui donne :

$$\begin{cases} V = \sqrt{\dfrac{\mu}{r}} = \sqrt{\dfrac{398600}{6378+1000}} \\ r = R+h \end{cases}$$

soit $V = 7{,}35 km/s$

On applique ensuite la formule (6) et on obtient :

$$F_{réception} = \frac{F_{émission}}{\sqrt{1+\frac{V}{c}}} = \frac{145{,}8}{\sqrt{1+\frac{7{,}35\times10^{3}}{3\times10^{8}}}}$$

et finalement

$$F_{réception} = 145{,}798 MHz$$

soit un décalage de 2 kHz.

Cette valeur de la fréquence de réception reste une première approximation. En effet, le satellite en mouvement décrit une trajectoire elliptique et les variations en altitude peuvent avoir une conséquence sur les calculs de l'effet Doppler. Le décalage en fréquence sera d'autant plus important que :

– La fréquence d'émission et la vitesse d'évolution du satellite sont élevées,

– Le satellite reste bas sur l'horizon (voir plus loin).

Observation de satellite se déplaçant au dessus de l'horizon

Variation de l'effet Doppler en fonction de l'élévation

En reprenant le schéma de la localisation de deux points en vitesse radiale (figure 1), on admet que pour un observateur qui reste immobile, le point B est fixe et on obtient la formule (2) qui a été établie précédemment.

Le but de cette étude est de décomposer θP et de faire intervenir l'angle d'élévation (noté e). Ces résultats pourront très bien venir en complément d'informations fournies par un logiciel de poursuite du type "PCTRACK" qui donne à chaque instant les valeurs des paramètres orbitaux (altitude, élévation...), il ne restera plus qu'à calculer le décalage en fréquence dû à l'effet Doppler (figure 2).

Dans le triangle (OPB) de la figure 2, on peut écrire une relation entre θP et e :

$$\frac{\sin\left(e+\frac{\pi}{2}\right)}{h+R_t} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta_p\right)}{R_t}$$

d'où l'expression de θP en fonction de l'élévation e :

$$\cos(\theta_p) = \frac{R_t}{R_t+h}\times\cos(e)$$

En remplaçant cette expression dans la formule (2), on obtient finalement :

$$F_1 = \frac{F_0}{c}\times V_P\times\frac{R_t}{R_t+h}\times\cos(e)$$

et la fréquence de réception s'écrit finalement :

$$F_{réception} = F_1 + F_0 = F_0\left(1+\frac{V_P}{c}\times\frac{R_t}{R_t+h}\times\cos(e)\right) \qquad (7)$$

Exemple 2 :

Dans cet exemple, on traitera l'influence sur une chaîne de réception de satellites polaires. Pour cela, on prendra pour exemple le satellite NOAA 12 dont la fréquence d'émission est 137,5 MHz précisément. Le calcul de la vitesse du satellite à une altitude de 1 000 km est d'environ 7,35 km/s.

Le tableau de la figure 3 et la courbe associée de la figure 4 donnent les résultats de la fréquence de réception $F_{réception}$ et du décalage en fréquence F1 en fonction de l'élévation du satellite au dessus de l'horizon. On remarquera l'absence d'effet Doppler lorsque le satellite se trouve au zénith du point considéré (figure 5 : $F_{réception}$= F0 et le décalage est nul).

Dans le graphique représentant le décalage en fréquence en fonction de l'élévation, on remarque également que l'effet Doppler est surtout important lorsque le satellite est bas sur l'horizon.

D'autres exemples peuvent ainsi être traités assez facilement en remplaçant les valeurs des paramètres orbitaux (altitude, élévation...) dans la formule (7) afin de calculer la fréquence exacte à laquelle il faut caler le récepteur. Cependant, l'électronique a remplacé depuis longtemps la feuille de papier et le crayon et presque tous les montages récepteurs sont équipés d'un circuit qui se cale sur la fréquence de réception et qui contrôle automatiquement le décalage de la fréquence (CAF).

A vos calculettes !...

Cédric LORENZETTO
(clorenz@compuserve.com)

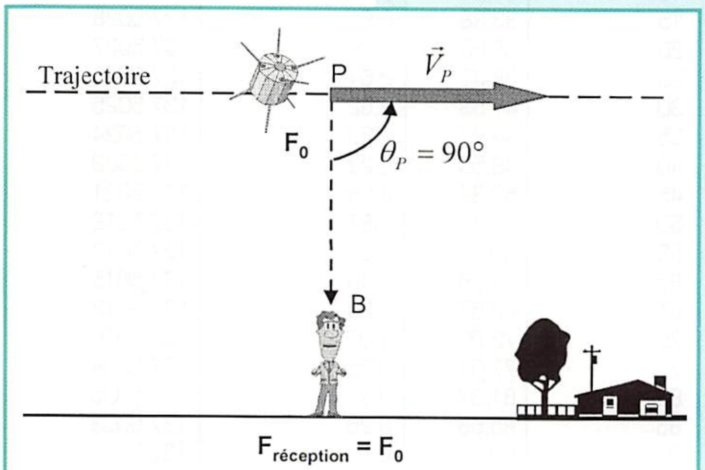

Figure 5.